Sequência didática 3

Ano: 8º

Bimestre: 2º

Componente curricular: Matemática

Objetos de conhecimento

Princípio multiplicativo da contagem

Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral

Habilidades

Habilidades da BNCC que podem ser desenvolvidas:

EF08MA03

Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

EF08MA22

Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é  
igual a 1.

Estimativa de aulas: 4 aulas de 50 minutos cada uma

Com foco em:

Probabilidade

Aula 1

Recurso

* Folhas pautadas.

Orientações

* Inicie a aula informando aos alunos que eles farão um estudo sobre Probabilidade. Questione:  
  “Vocês sabem o que são senhas e para que são usadas?”; “Vocês sabem por que as senhas não devem ser fáceis de ser descobertas?”; “Sabem como criar uma senha segura?”; “Quais estratégias podemos utilizar para criar uma senha que não seja facilmente descoberta?”. Deixe que os alunos falem livremente o que sabem sobre senhas. É provável que muitos citem as senhas usadas para bloquear aparelhos celulares,  
  as senhas utilizadas para compras com cartões de débito e crédito e aquelas usadas para movimentar contas bancárias e de poupança. Comente que a senha é uma assinatura eletrônica muito utilizada atualmente por pessoas e empresas. Por isso, há empresas que estudam estratégias de criação de senhas, de forma a reduzir o risco de roubo de dados e os prejuízos financeiros de quem as utiliza.

Explique que há várias maneiras de criar uma senha: por exemplo, selecionando letras e números,  
letras maiúsculas e minúsculas e caracteres especiais, como +, §, $, #, \*, &, entre outros. Comente com os alunos as dicas de segurança a seguir. Caso queira, escreva-as no quadro para que os alunos as copiem no caderno.

**Dicas para criar uma senha**

Procure criar senhas de 8 caracteres; senhas curtas são mais fáceis de ser decifradas.

Evite usar seu nome pessoal, o nome de pessoas próximas ou o nome de algo de que você goste muito, como seu time de futebol.

Evite usar datas de aniversário, os números da casa ou do telefone celular, entre outros fáceis de identificar.

Procure usar letras maiúsculas e minúsculas, números e caracteres especiais; por exemplo:

LYvt%7#\*

MaT5$+§

Para ajudar a lembrar, você pode usar o início de um nome, alguns caracteres especiais e seu número de calçado invertido; por exemplo:

PeD&#\*73

83mAR?\*&

* Em seguida, organize os alunos em duplas produtivas, para que ocorra troca de saberes, distribua uma folha pautada para cada dupla e proponha as seguintes atividades:

**1**. Invente uma senha de 8 caracteres usando as letras do alfabeto. Procure não cair nas armadilhas citadas, como colocar as suas preferências ou o nome de pessoas conhecidas. Se alguém tentasse descobrir a senha testando todas as possibilidades de senhas de 8 caracteres usando letras do alfabeto, quantas possibilidades teriam de ser testadas?

a) Agora, acrescente números à senha criada. Utilizando três números e mantendo cinco letras na senha, quantas são as possibilidades a serem testadas?

b) Finalmente, coloque em maiúsculas e minúsculas algumas letras da senha. Como isso aumenta o número de possibilidades de criar uma senha?

**2**. Você acha que as dicas dadas foram boas? Dê exemplos de senhas consideradas seguras.

* Proponha aos alunos que criem diferentes problemas; por exemplo: “Uma senha pode ter cinco dígitos, utilizando duas letras e três números ou três letras e dois números. Quantas são as possibilidades de criar uma senha com essas condições?”. Depois que os alunos elaborarem os problemas, peça que troquem com os colegas para que eles os resolvam e discutam os resultados e as formas encontradas para  
  representá-los.
* Durante as atividades, circule pela sala observando as estratégias utilizadas para responder às perguntas e, caso necessário, faça intervenções.
* Faça a socialização dos problemas e peça aos alunos que confiram as respostas.
* Como forma de avaliação, observe a participação dos alunos durante a conversa sobre a criação de senhas e a resolução das atividades.

Aula 2

Recurso

* Folhas com problemas impressos ou reproduzidos no quadro de giz.

Orientações

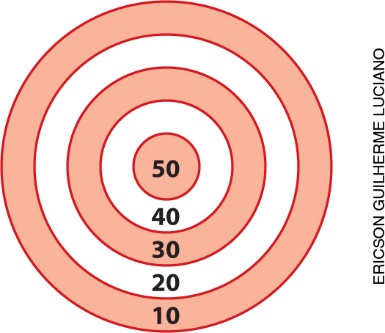
* Inicie a aula comunicando aos alunos que eles vão trabalhar em duplas para resolver problemas envolvendo Probabilidade. Organize a turma em duplas para a atividade e distribua as folhas com os problemas impressos ou solicite que os copiem do quadro de giz em uma folha avulsa. Explique aos alunos que, primeiro, eles devem fazer a leitura silenciosa dos problemas e, em seguida, discutir como resolvê-los e fazer os registros.
* Determine um tempo de 20 minutos para a resolução dos problemas. Durante esse período, caminhe pela sala observando o trabalho realizado pelas duplas e, caso tenham dificuldades, faça intervenções.
* Após o tempo determinado, socialize as respostas, chamando os alunos para reproduzir os procedimentos utilizados no quadro de giz. Quando a primeira dupla terminar, pergunte se alguém pensou de maneira diferente e solicite que a dupla vá ao quadro de giz e registre sua resolução. Questione como os alunos pensaram para resolver o problema e quais procedimentos utilizaram. É interessante deixar que expliquem como pensaram, detalhando seu raciocínio sem intervir. Finalize a aula recolhendo as folhas impressas.
* Como forma de avaliação, observe a participação dos alunos nos questionamentos e nas respostas dos problemas e analise os registros pessoais.

**Problemas**

**1**. Em uma aula de Língua Portuguesa, os alunos receberam um envelope com cinco sílabas, como as indicadas abaixo. Quantas palavras de duas sílabas podem ser formadas combinando as sílabas que estão no envelope?



**2**. Em um jogo de tiro ao alvo, Lucas jogou cinco dardos. Veja as pontuações das faixas do alvo e responda às questões.



a) Para atingir 100 pontos, quais faixas de pontuação Lucas deveria acertar?

b) E para atingir 60?

**3**. Uma das atividades preferidas de Cecília é criar senhas. Supondo que suas senhas tenham quatro algarismos e duas letras, quantas senhas ela poderá criar?

**4**. Em uma lanchonete, há cinco tipos de sanduíche e quatro tipos de suco de frutas. De quantas maneiras é possível tomar um lanche combinando um sanduíche e um suco?

**5**. A professora de Arte está organizando a festa junina da escola e quer ajudar os alunos a escolher o noivo e a noiva da festa. Como vários alunos queriam participar, foi resolvido que a escolha seria por meio de um sorteio. Os candidatos a noivo são: Antônio, João, Pedro e Miguel. As candidatas a noiva são:  
Maria, Ângela, Beatriz, Lúcia, Denise, Fabíola e Clara. A turma resolveu sortear primeiro o noivo e depois a noiva. Maria gostaria muito que ela e João fossem os noivos.

a) Qual é a probabilidade de João ser sorteado?

b) Qual é a probabilidade de Maria ser sorteada?

c) Qual é a probabilidade de o casal sorteado ser formado por João e Maria?

**6**. Ao lançar para cima uma moeda qualquer, existe a possibilidade de sair cara ou coroa. Miguel e seus amigos estavam lançando três moedas e anotando os resultados. Qual é a probabilidade de saírem duas coroas no mesmo lançamento? E de saírem três coroas?

* Faça a correção coletiva dos problemas e socialize as resoluções para que os alunos conheçam diferentes estratégias. Respostas: problema **1**: 25 palavras; problema **2**: no item **a**, uma possibilidade seria:  
  1 vez o 50, 1 vez o 20 e 3 vezes o 10; no item **b**, uma possibilidade seria: 1 vez o 20 e 4 vezes o 10;  
  problema **3**: 6 760 000 senhas; problema **4**: 20; problema **5**, item **a**: ; item **b**: ; item **c**: ;  
  problema **6**: ;

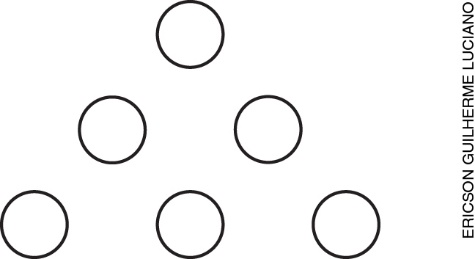
Aula 3

Recurso

* Folhas pautadas.

Orientações

* Inicie a aula informando aos alunos que eles darão continuidade ao estudo de problemas utilizando o raciocínio combinatório. Organize a turma em trios, entregue para cada trio uma folha pautada e desenhe no quadro de giz um triângulo mágico de seis números, como no exemplo a seguir. Sugerimos investigar previamente com os alunos o conceito de triângulo mágico.



* Solicite aos trios que distribuam os números de 1 a 6 nos círculos de modo que a soma dos três números que formam os lados do triângulo seja 9. Dê um tempo para que os alunos discutam e encontrem a solução. Em seguida, socialize as soluções encontradas e escreva as que forem diferentes no quadro de giz. Peça que observem as soluções e descrevam as semelhanças e as diferenças entre as respostas. Espera-se que concluam que os números dos vértices serão sempre 1, 2 e 3.
* Proponha que distribuam os números de 1 a 6 no triângulo mágico de forma que a soma seja 10.  
  Dê um tempo para que discutam e encontrem a solução. Em seguida, socialize as respostas.  
  Peça que escrevam no quadro de giz algumas soluções encontradas e descrevam as semelhanças e as diferenças entre as respostas. Espera-se que concluam que os números ímpares ficaram nos vértices e os pares no meio.
* A seguir, proponha a mesma atividade com as somas 11 e 12. Socialize as respostas. Espera-se que concluam que, no triângulo de soma 11, houve uma inversão em relação ao triângulo de soma 10, pois os números pares ficaram nos vértices e os ímpares no meio. No triângulo de soma 12, houve uma inversão em relação ao triângulo de soma 9, pois os números 4, 5 e 6 (os maiores) é que ficaram nos vértices.

Para finalizar, peça aos alunos que, utilizando os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6, escrevam todas as adições possíveis, como: 1 + 2 + 3 = 6. Determine um tempo para que eles organizem as adições. Em seguida, solicite que comparem as somas e as respostas nos triângulos mágicos e questione: “Todas as somas correspondem a triângulos mágicos?”; “Quais correspondem a triângulos mágicos? Justifique.”;  
“Como descobrir quais somas vão representar os números que ficarão nos vértices do triângulo mágico?”. Espera-se que os alunos concluam que as possíveis somas que correspondem aos triângulos mágicos são aquelas que aparecem três vezes, por exemplo:

a soma 9 aparece em: 5 + 3 + 1 = 9; 4 + 3 + 2 = 9 e 6 + 2 + 1 = 9

a soma 10 também: 5 + 3 + 2 =10; 6 + 3 + 1 = 10, 5 + 4 + 1 = 10

Isso também acontece com as somas que resultam em 11 e 12. No entanto, as somas cujos resultados são 6, 7 e 8 não aparecem três vezes; portanto, não formam o triângulo mágico. Para saber quais números ficarão no vértice, é só observar quais deles aparecem duas vezes, por exemplo: quando temos as somas  
5 + 3 + 1 = 9; 4 + 3 + 2 = 9 e 6 + 2 + 1 = 9, os números que devem ficar nos vértices serão 1, 2 e 3, pois eles aparecem em duas das três somas, já que no triângulo mágico somamos duas vezes o mesmo número.

* Durante a resolução das atividades, circule pela sala observando se os alunos estão conseguindo  
  resolvê-las, quais estratégias estão utilizando para chegar à resposta correta e, caso necessário, faça intervenções.
* Como forma de avaliação, observe a participação dos alunos e o empenho na resolução das atividades.
* Caso queira realizar um estudo sobre o desenvolvimento desta atividade, sugerimos a leitura deste artigo “Uma discussão sobre generalizações no Ensino Fundamental”, de Rene Carlos Cardoso Baltazar Júnior. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/23719/000743293.pdf;sequence=1>>;  
  acesso em: 7 set. 2018.

Aula 4

Recursos

* Molde de dado tetraédrico com faces numeradas de 1 a 4.
* Papel sulfite.
* Tesoura com pontas arredondadas.
* Cola.
* Folhas pautadas.

Orientações

* Inicie a aula informando aos alunos que eles vão participar de um jogo e organize-os em grupos com quatro componentes. Solicite previamente o material para esta aula, para que, no dia, cada grupo disponha de dois moldes de dados tetraédricos (pirâmide triangular regular), uma folha de papel sulfite, tesoura, cola e uma folha pautada. Solicite que colem os moldes dos dados na folha de sulfite, recortem e montem os dois dados.
* Após a construção dos dados, solicite que joguem 50 vezes cada um dos dados e anotem, na folha pautada, os números obtidos na face voltada para baixo. Terminadas as jogadas, proponha no quadro de giz as seguintes atividades:

1. Qual é a probabilidade de sair o número 2?

2. Qual é a probabilidade de sair o número 3?

3. Qual é a probabilidade de sair um número par?

4. Qual é a probabilidade de sair um número menor que 4?

Dê um tempo para que os alunos respondam às questões. Em seguida, peça que contem quantas vezes saiu o número 2, quantas vezes saiu o número 4, quantas vezes saiu um número par e um número menor que 4 em seus lançamentos. Solicite que calculem a quantidade de vezes que esses números saíram em porcentagem e comparem com as probabilidades que calcularam. Socialize no quadro de giz as respostas dos grupos. Pode-se fazer uma média com os resultados de todos os grupos. Espera-se que percebam que os números que calcularam e os lançamentos são bem próximos, confirmando o resultado dos cálculos.

* Durante o jogo, circule pela sala observando se todos estão participando e se estão anotando os números na folha pautada. Na resolução das atividades, observe se realizam os cálculos corretamente e, caso necessário, faça intervenções.
* Como forma de avaliação, observe a participação, o envolvimento dos alunos durante as atividades e seus registros.

Acompanhamento da aprendizagem

As atividades a seguir e a ficha de autoavaliação podem ser reproduzidas no quadro para que os alunos as respondam em uma folha avulsa ou impressas e distribuídas.

Atividades

1. Resolva: No lançamento de um dado convencional, qual é a probabilidade de sair um número par?

2. Em dupla com um colega, elabore um problema envolvendo o princípio fundamental da contagem.  
Em seguida, troque o problema com outra dupla para que os colegas o resolvam.

Sobre as atividades

Verifique como os alunos resolveram as atividades, avalie as dificuldades apresentadas e a porcentagem da turma que as apresentou. Se for necessário, faça a correção coletiva e intervenções individuais.

Ficha de autoavaliação

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Assinale X na opção que representa quanto você sabe de cada item. | Já sei fazer isso de maneira independente e explicar para um colega | Sei fazer isso de maneira independente | Preciso de ajuda e de exemplos para resolver as atividades |
| 1. Resolver e elaborar problemas de contagem. |  |  |  |
| 2. Utilizar o princípio multiplicativo na resolução de problemas de contagem. |  |  |  |
| 3. Construir o espaço amostral para resolver problemas. |  |  |  |
| 4. Utilizar o diagrama de árvore como forma de representação do princípio multiplicativo. |  |  |  |
| 5. Resolver problemas envolvendo Probabilidade. |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Assinale X na opção que representa quanto você sabe de cada item. | Já sei fazer isso de maneira independente e explicar para um colega | Sei fazer isso de maneira independente | Preciso de ajuda e de exemplos para resolver as atividades |
| 1. Resolver e elaborar problemas de contagem. |  |  |  |
| 2. Utilizar o princípio multiplicativo na resolução de problemas de contagem. |  |  |  |
| 3. Construir o espaço amostral para resolver problemas. |  |  |  |
| 4. Utilizar o diagrama de árvore como forma de representação do princípio multiplicativo. |  |  |  |
| 5. Resolver problemas envolvendo Probabilidade. |  |  |  |